

颗粒-气体脉动速度 联合 PDF 输运方程的封闭

赵海波 柳朝晖 郑楚光 陈小华
(华中科技大学煤燃烧国家重点实验室)

摘要: 在建立的颗粒-气体微团脉动速度联合 PDF 输运方程基础上, 考虑到颗粒的扩散存在轨道穿越效应、连续性效应和惯性效应以及湍流的各向异性, 应用三涡相互作用模型来封闭颗粒所见气体微团脉动速度的朗之万方程中的漂移系数, 并应用各向异性的扩散矩阵封闭了此朗之万方程中的扩散系数, 完成了整个 PDF 输运方程的完全封闭, 此输运方程可以用来模拟湍流气固(液)两相流。

关键词: 两相流; 概率密度函数; 朗之万方程; 扩散系数; 漂移系数

中图分类号: TK121; O359 文献标识码: A 文章编号: 1671-4512(2003)04-0056-03

工程中绝大多数湍流气粒两相流动是各向异性湍流两相流动。湍流两相流动双流体模型的关键问题是两相湍流模型。作为构造两相湍流模型的一种重要的方法, 概率密度函数(PDF)方法的关键之一是如何构造颗粒所见的气体微团的速度朗之万方程以及对该方程进行封闭。文献[1]和[2]用不同的方法给出了两相湍流的 PDF 输运方程, 以颗粒所见气体微团的瞬时速度的朗之万方程为基础, 采用 Monte-Carlo 方法求解联合 PDF 输运方程。但是, 研究表明, 采用 Monte-Carlo 方法求解 PDF 输运方程会造成计算结果的统计偏差。最近, 有研究者系统地分析了该算法的各种致误差因素, 表明若采用脉动量代替瞬态量构造气体的 PDF 输运方程模拟湍流单点 PDF 输运方程, 可以有效地减少计算偏差^[3]。为了封闭朗之万方程中的漂移系数, Graham^[4]提出了单涡相互作用模型(SEIM), 全面地考虑了轨道穿越效应、连续效应和惯性效应。Vibhor Mehrotra 等^[5]进一步提出了三涡相互作用模型(TEIM), 全面地考虑了颗粒扩散存在的三个效应和湍流的各向异性。文献[6]通过引入一个各向异性的扩散矩阵, 提出了一种全新的封闭朗之万方程中扩散系数的模型, 考虑了湍流的各向异性。但是, 尚未见到有完善的封闭颗粒所见的气体微团速度的朗之万方程的报道。

基于以上分析, 本文在已建立的颗粒-气体微团脉动速度联合 PDF 输运方程的基础上, 完整封

闭了此输运方程。

1 颗粒-气体微团脉动速度联合 PDF 输运方程

关于脉动速度 u_{pi} 的欧拉坐标系下颗粒-气体脉动速度联合 PDF 输运方程为^[7]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho f_{gp})}{\partial t} + \tilde{v}_{pi} \frac{\partial(\rho f_{gp})}{\partial x_i} = \\ & - \frac{\partial}{\partial v_{pi}} \left[\left(\frac{v_{gi} - v_{pi}}{\tau_p} \right) \rho f_{gp} \right] - \\ & \frac{\partial}{\partial v_{gi}} \left[\left(\frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{v}_{gj} v_{gi}) - v_{gj} \frac{\partial U_{gi}}{\partial x_j} + \right. \right. \\ & \left. \left. (\tilde{v}_{pj} - \tilde{v}_{gj}) \frac{\partial U_{gi}}{\partial x_j} \right) \rho f_{gp} \right] - \\ & \frac{\partial}{\partial v_{gi}} \left[\rho G_{gp, ij} v_{gj} f_{gp} \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_{gi}^2} (\rho B_{gp} f_{gp}), \quad (1) \end{aligned}$$

式中符号同文献[7]。

2 颗粒-气体微团脉动速度联合 PDF 输运方程的封闭

2.1 漂移系数的封闭

颗粒和流体相互作用的模拟如图 1 所示, 颗粒和流体微团从同一位置出发, 在经历一定时间后, 两相位置发生分离。

用不同的数学方法, 如涡相互作用、朗之万方程、随机漫步模型等来描述轨道上的湍流作用的拉氏颗粒扩散模型时, 尽管采用的数学方法存在

收稿日期: 2002-10-16.

作者简介: 赵海波(1977-), 男, 硕士; 武汉, 华中科技大学煤燃烧国家重点实验室(430074).

基金项目: 国家重点基础研究专项经费资助项目(G199907012).

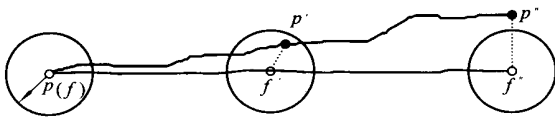


图 1 颗粒和流体涡团的运动

差异,但其物理内涵是一致的,都可认为和流体微团的指数形式的拉氏速度大致相当.考虑颗粒轨道上流体微团和流体自身扩散的区别,如图 1,需要引入颗粒和流体位置的分离,引入长度尺度和颗粒对涡团的穿越.为此对应的颗粒轨道上流体速度自相关为:

$$R_{f_i}^p(\tau) = v_{g_i}(t) v_{g_i}(t + \tau) = \exp(-\tau / T_{1,i}),$$

$$T_{1,i} = \min(T_{e_i}, t_{e_i}) = \min(T_{e_i}, l_{e_i} / |V_{rel}|),$$

式中, $T_{1,i}$ 为湍流的拉氏速度自相关时间尺度,也就是颗粒相所见的流体速度的拉氏积分时间尺度; τ 为时间步长; $v_{g_i}(t)$ 和 $v_{g_i}(t + \tau)$ 为在时刻 t 和时刻 $(t + \tau)$ 的颗粒所见的流体微团的脉动速度; T_{e_i} 是颗粒所见的流体积分时间尺度,也即颗粒所经历的涡团的生存时间; t_{e_i} 为颗粒穿越涡团的穿越时间; l_{e_i} 是颗粒所见的流体湍流欧拉长度尺度,也即颗粒所经历的涡团的尺寸; $|V_{rel}|$ 为颗粒和流体的相对速度,即漂移速度或滑移速度, $|V_{rel}| = |\tilde{u}_{p_i}(t) - \tilde{u}_{g_i}(t)|$, 其中, $\tilde{u}_{p_i}(t)$ 和 $\tilde{u}_{g_i}(t)$ 分别为时刻 t 处颗粒的瞬时速度和流体微团的瞬时速度.

文献[8]给出了均匀各向同性湍流中的经验关系式,写成张量的形式如下:

$$T_{e_i} = 2 T_{p_i} = 2 T_{me_i}.$$

$$[1 - (1 - T_{1,i} / T_{me_i}) / (1 + St_i)^{0.4(1+0.01St_i)}],$$

式中, $St_i = \tau_p / T_{p_i}$ 为斯托克期数, τ_p 为颗粒弛豫时间, T_{p_i} 为颗粒所见的流体微团的积分时间尺度; $T_{1,i}$ 为流体微团的拉氏积分时间尺度; T_{me_i} 为流体微团的运动的欧拉积分时间尺度; $T_{1,i} / T_{me_i} = 0.356$.

Huang 等^[9]利用如下关系推得

$$l_{e_i} = L_{f_i} (1 + \cos^2 \theta) / 2,$$

式中, θ 是流体速度和颗粒速度间的夹角; L_{f_i} 是欧拉纵向空间长度尺度.

各方向的拉氏积分时间尺度和欧拉纵向长度尺度采用如下形式^[10]:各方向的流体微团的拉氏积分时间尺度 $T_{1,i} = 0.235 u_{g_i} u_{g_j} / \epsilon$, ϵ 为湍动能耗散率;各方向的流体微团的欧拉纵向长度尺度 $L_{f_i} = 2.5 T_{1,i} (u_g^2)^{1/2}$, $u_g^2 = (u_{g1}^2 + u_{g2}^2 + u_{g3}^2) / 3$.

通过以上的分析,得到了考虑颗粒扩散中 3 个效应和湍流各向异性的漂移系数的封闭形式:

$$G_{gp,ij} = - \delta_{ij} / T_{1,i}.$$

2.2 扩散系数的封闭

按照 Kolmogorov 的比例定理,可以得出扩散系数的模型 $B = C_0$, 其中 C_0 为一个平均量.

考虑到 B 的各向异性,对这个封闭扩散系数的模型进行改进,引入一个各向异性的扩散矩阵^[6].根据 Csanady 准则,定义一个比例系数 $b_i = T_{1,i} / T_{1,i}$. 定义一个全新的表示湍流动能的量

$$\tilde{k} = \left[\sum_{i=1}^3 b_i u_{f_i}^2 \right] / \left[\sum_{i=1}^3 b_i \right],$$

于是,

$$\frac{\tilde{k}}{k} = \frac{\sum_{i=1}^3 b_i u_{f_i}^2}{\sum_{i=1}^3 b_i}.$$

$$\left\{ 1 / \left[\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 u_{f_i}^2 \right) \right] \right\} = 1 +$$

$$\frac{\sum_{i,j=1}^3 b_i (u_{f_i}^2 - u_{f_j}^2)}{\left(\sum_{i=1}^3 b_i \sum_{i=1}^3 u_{f_i}^2 \right)} = \dots$$

根据文献 [6] 的理论分析,可以得到扩散系数的模型如下:

$$B_{gp,i}^2 = C_0 \left[\sum_{i=1}^3 b_i + 2 \sum_{i=1}^3 b_i / 3 - 2 \sum_{i=1}^3 b_i / 3 \right] = (C_0 + 2/3) \sum_{i=1}^3 b_i - 2 \sum_{i=1}^3 b_i / 3 = [C_0 \sum_{i=1}^3 b_i + 2(\sum_{i=1}^3 b_i - 1) / 3].$$

这样,得到了考虑湍流各向异性的扩散系数模型.

以上通过封闭漂移系数和扩散系数,得到了颗粒-气体微团脉动速度的输运方程(1)的完整形式.若对气体湍流采用雷诺应力方程模型,对颗粒平均速度采用连续介质模型求解,对于脉动速度采用拉氏 PDF 方程模型,用 Monte-Carlo 法求解颗粒-气体微团脉动速度联合 PDF 输运方程,并统计得到颗粒雷诺应力、两相速度脉动关联和颗粒所见的平均气体速度脉动等统计关联量,作为源项返回气相的输运方程,就构成了封闭的两相湍流模型,这可称为雷诺应力-拉氏概率密度函数两相湍流模型.此 PDF 输运方程可以用来模拟湍流气固两相流.

致谢 感谢中国科技大学热科学与能源工程系陈义良教授及其研究组在本项目研究过程中提供的宝贵资料,感谢清华大学工程力学系周力行教授在本文完成过程中提供的建议和意见.

参 考 文 献

[1] Zhou Lixing, Li Yong. A new statistical theory and a k - PDF model for simulating turbulent gas-particle flows. Tsinghua Science and Technology, 1997, 2(2): 628 ~ 632
 [2] Liu Zhaohui, Zheng Chuguang, Zhou Lixing. A Sec-

- ond-Order-Moment-Monte-Carlo (SOM-MC) model for simulating swirling gas-particle flows. Powder Tech., 2001, 120(3): 216 ~ 222
- [3] Jenny P, Pope S B, Muradoglu M, et al. A hybrid algorithm for the joint PDF equation of turbulent reactive flows. Journal of Computational Physics, 2001, 166(2): 218 ~ 252
- [4] Graham D I, James P W. Turbulent dispersion of particles using eddy interaction models. Int. J. Multiphase Flow, 1996, 22: 157 ~ 175
- [5] Mehrotra V, Silcox G D, Simith P J. Numerical simulation of turbulent particle dispersion using Monte Carlo approach. In: American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division eds. Proceedings of the 1998 ASME, Fluids Engineering Division Summer Meeting. Washington D C, 1998. Washington D C: ASME Fluids Eng. Div. Publ. FED, 1998. 5036 ~ 5051
- [6] Jacek P, Minier J P. On the Lagrangian turbulent dispersion models based on the Langevin equation. International Journal of Multiphase Flow, 1998, 24(6): 913 ~ 945
- [7] 赵海波, 柳朝晖, 郑楚光等. 湍流两相流的脉动速度联合 PDF 输运方程. 力学学报, 2002, 34(5): 675 ~ 681
- [8] Wang L P, Stock D E. Dispersion of heavy particles by turbulent motion. Journal of the Atmospheric Sciences, 1993, 50(13): 1 897 ~ 1 913
- [9] Huang X Y, Stock D E. Using the Monte-Carlo process to simulate two-dimensional heavy particle dispersion in a uniformly sheared turbulent flow. Proc. Third Int. Symposium on Numerical Methods in Multiphase Flowes, 1994, 166: 153 ~ 160
- [10] Lu Q Q, Fontaine J R, Aubertin G A. A Lagrangian model for solid particles in turbulent flows. Int. J. Multiphase Flow, 1993, 19(2): 347 ~ 367

A joint PDF transport equation for particle-fluid fluctuation velocity in two-phase flows

Zhao Haibo Liu Zhaohui Zheng Chuguang Chen Xiaohua

Abstract : Considering the inertia effect, the crossing trajectories effect and the continuity effect of finite inertia particle dispersion and the anisotropy of turbulent flows, three-eddy interaction model was used to close the drift coefficient of the Langevin equation of fluid fluctuation velocity seen by particles, and a non-isotropic diffusion matrix was used to close the diffusion coefficient of the Langevin equation. In this way the transport equation was completely closed. The joint PDF transport equation can be used in simulating gas-solid (liquid) two-phase turbulent flows.

Key words : two-phase flows; probability density function; Langevin equation; diffusion coefficient; drift coefficient

Zhao Haibo Master; State Key Lab. of Coal Combustion, Huazhong Univ. of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China.

广岛大学副校长一行访问我校

2003年3月8日~12日,广岛大学副校长山西正道率团来我校访问,并与化学系有关学者进行了交流。副校长王乘会见来宾,并代表学校与对方签署了两校《关于学术和教育交流协定书》。日本广岛大学是日本的国立大学,该校早在1983年10月就与原华中工学院签署了《关于学术交流纪要》等协议。